PERSPEC†IVA
Legnickie Studia Teologiczno-Historyczne
Rok XII 2013 nr 2 (23)

Łukasz Płociniczak
Rafał Szopa

METAFIZYCZNA INTERPRETACJA POJĘCIA „ZBIORU PUSTEGO" W ŚWIETLE DOWODÓW NA ISTNIENIE BOGA

1. Podstawy teorii mnogości

Nierozerwalnie wraz z rozwojem cywilizacji ludzkiej szedł rozwój myślenia oraz rozumowania – czynnika, który jest dla nas tak bardzo charakterystyczny. Nasi najstarsi przodkowie byli nie mniej inteligentni niż my teraz. Borykali się również z podobnymi problemami oraz zagadnieniami dnia codziennego. Potrzeba liczenia, budowania, nawigacji oraz dostrzegania schematów ukrytych w naturze była i jest nie tylko bardzo użyteczna, ale również warunkowała rozwój cywilizacji ludzkiej. Początki matematyki są zatem skryte w mrokach początków dominacji człowieka na naszej planecie. Przez liczne milenia swojej historii matematyka jako nauka przeżywała wiele wzlotów i upadków, podobnie jak każda inna dziedzina myśli ludzkiej. Niezaprzeczalnie jednym z najbardziej kwiecistych oraz płodnych okresów dla rozwoju matematyki były czasy starożytne. Praktycznie każda rozwinięta cywilizacja antyku, na czele z Grecją, Egiptem, Indiami, Babilonem oraz Chinami, szczyciła się wspaniałymi osiągnięciami oraz odkryciami w matematyce. Ogrom wiedzy, twierdzeń oraz metod matematycznych odkrytych w tamtych czasach jest trudny do opisania nawet dla matematyków współczesności. Po ustaniu „złotych wieków" dla matematyki nadeszły tzw. „wieki ciemne", gdzie bardzo wiele osiągnięć zostało zapomnianych, a w rozwoju dziedziny nastąpiła stagnacja.

Podczas kolejnych epok historycznych matematyka jako nauka zaczęła się odradzać, rozwijać, nastąpił prawdziwy rozkwit nowych pomysłów oraz metod matematycznych. Jedną z najważniejszych, jeżeli nie najważniejszą w zastosowaniach i koncepcji dziedziną matematyki był rachunek różniczkowy i całkowy stworzony przez Newtona i Leibniza, bez którego żadne z dzisiejszych osiągnięć technologicznych nie miałyby racji bytu. Przez wieki matematyka rozwijana była przez najznamienitsze umysły, jakie kiedykolwiek chodziły po Ziemi. Wymienić tutaj można Eulera, Bernoullicha, Cauchy'ego, Lagrange'a, Hadamarda, Poissona i wielu innych. Mimo ogromnego rozwoju matematyki i zaangażowania tak wielkich myślicieli, brakowało w niej pewnych bardzo istotnych rzeczy – unifikacji oraz perfekcyjnej ścisłości. Dopiero pod koniec XIX w. niemiecki matematyk Cantor zmienił postać matematyki oraz sposób filozoficznego postrzegania jej.

Cantor stworzył logiczne podstawy matematyki, które unifikują całą wiedzę matematyczną w jedną spójną całość, którą nazywamy teorią mnogości (mnogość – zbiór). Teoria ta była oczywiście później rozwijana i opisywana przez kolejnych wspaniałych matematyków, takich jak Hilbert, Zermelo, Gödel oraz Cohen, dzięki którym ta stała się perfekcyjnie ścisła i zaksjomatyzowana. Przyjrzyjmy się zatem pokrótce głównych założeniom teorii mnogości oraz jej konsekwencjom w bardziej przyziemnej matematyce.

Aksjomaty teorii mnogości zostały podane przez Zermelo w 1908 r., a później poprawione przez Fraenkela w 1922 r. Pojęciem podstawowym, jakim będziemy się posługiwać jest *zbiór*, który jest pewną kolekcją nieuporządkowanych elementów. Za podstawową traktujemy również relację należenia $\in$. Zdanie, że element x należy do zbioru A zapisujemy $x \in A$. Poniżej przedstawiamy listę aksjomatów Zermelo-Fraenkela (ZF)[1].

- aksjomat ekstensjonalności – jeśli każdy element zbioru X należy do zbioru Y i każdy element zbioru Y należy do zbioru X, to oba te zbiory są równe $X = Y$.
- aksjomat istnienia – istnieje zbiór, który nie posiada elementów. Na mocy aksjomatu ekstensjonalności istnieje tylko jeden taki zbiór, który nazywamy zbiorem pustym i oznaczamy przez $\varnothing$.
- aksjomat wycinania – niech $P(x)$ będzie pewną własnością x. Dla każdego A istnieje B takie, że $x \in B$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in A$ i zachodzi $P(x)$. Czyli istnieje podzbiór zbioru A złożony tylko z tych elementów, które spełniają własność $P(x)$.
- aksjomat pary – dla każdego A i B istnieje taki C, że $x \in C$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x = A$ lub $x = B$.
- aksjomat sumy – dla każdego S istnieje U taki, że $x \in U$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in A$ dla pewnego $A \in S$. Zatem, dla dwóch zbiorów A i B istnieje zbiór $A \cup B$, którego elementami są dokładnie elementy zbioru A i zbioru B.

[1] K. Hrbacek, T. Jech. *Introduction to Set Theory*. New York–Basel 1999 s. 267.

- aksjomat zbioru potęgowego – dla każdego S istnieje zbiór P taki, że $X \in P$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in X$ pociąga za sobą $x \in S$. Zbiór P nazywamy zbiorem potęgowym zbioru S, czyli zbiorem wszystkich podzbiorów S i oznaczamy $P(S)$.
- aksjomat nieskończoności – istnieje zbiór indukcyjny, to znaczy taki zbiór A, że $\varnothing \in A$ oraz dla każdego $x \in A$ również $x \cup \{x\} \in A$. Jak widzimy, aksjomat ten możemy stosować dowolną ilość razy do zbioru A, co daje nam nieskończenie wiele elementów A. Zwykle stosujemy oznaczenie $S(x) = x \cup \{x\}$, oznaczające następnik x (sukcesor).
- aksjomat regularności – każdy niepusty zbiór A posiada element rozłączny z A.

Na podstawie powyższych aksjomatów (oraz zwykle z dołączonym tzw. aksjomatem wyboru) możemy skodyfikować całą klasyczną matematykę. My natomiast ograniczymy się jedynie do pokazania, jak korzystając głównie ze zbioru pustego $\varnothing$, możemy stworzyć ogrom, jakim są wszystkie liczby, którymi opisujemy cały fizyczny wszechświat.

2. Konstrukcja zbioru liczb rzeczywistych

Naszą konstrukcję zacząć musimy od stworzenia liczb naturalnych. Kandydata na najmniejszą liczbę naturalną, czyli zero, już mamy. Jest to zbiór, który nie zawiera żadnych elementów, czyli zbiór pusty $\varnothing$. Niech zatem $0 = \varnothing$. Następnie zauważmy, że zbiór $\{\varnothing\}$ ma jeden element. Jest on naturalnym kandydatem na jedynkę, czyli połóżmy $1 = \{\varnothing\}$. W podobny sposób konstruujemy dwójkę, $2 = \{\varnothing,\{\varnothing\}\}$. Zauważmy, że $1 = \{0\}$ oraz $2 = \{0,1\}$. Czyli każda następna liczba zawiera w sobie poprzednie. Pomysł na skonstruowanie dowolnej liczby naturalnej n polega na tym, żeby zdefiniować n jako zbiór $\{0,1,2,\ldots,n\text{-}1\}$. Nie jest to jednak poprawna definicja, gdyż definiujemy liczbę *naturalną* za pomocą mniejszych liczb *naturalnych*. Wszystko nie jest stracone, bo z pomocą przychodzi nam aksjomat nieskończoności ZF. Widzimy, że liczba naturalna n ma tę własność, że zbiór pusty należy do niej oraz $n + 1$ jest również liczbą naturalną. Zatem zbiór liczb naturalnych jest zbiorem indukcyjnym w myśl aksjomatu nieskończoności. Definiujemy więc zbiór liczb naturalnych jako najmniejszy zbiór indukcyjny, czyli $\mathrm{N} = \{x : x \in I$, dla każdego zbioru indukcyjnego $I\}$. Kolejnym niezbędnym krokiem w konstrukcji obiektów, jakimi są liczby, jest sposób ich porównywania. Musimy wprowadzić pewien porządek, który pozwoli nam na stwierdzenie, która liczba naturalna jest mniejsza, a która większa. Jest to oczywiście rzecz bardzo intuicyjna, wymaga jednak ścisłej definicji. Wprowadzamy zatem relację $<$ na zbiorze liczb naturalnych w następujący sposób: $m < n$, jeśli $m \in n$. Można pokazać, że taka relacja jest rzeczywiście tzw. *liniowym porządkiem*. Z definicji liczb naturalnych wynika również jedna z najbardziej znanych metod dowodzenia twierdzeń matematycznych – indukcja matematyczna. W naturalny sposób wprowadza się również działanie dodawania na liczbach naturalnych: $n + m = n \cup m$.

Kolejnym krokiem na naszej drodze do konstrukcji liczb rzeczywistych jest utworzenie liczb całkowitych jedynie z wykorzystaniem uprzednio zdefiniowanego zbioru liczb naturalnych N (nasze rozumowanie przebiega podobnie jak u Cichonia[2]). Zbiór liczb całkowitych Z oraz inne, bardziej złożone zbiory tworzy się zwykle za pomocą tzw. *relacji równoważności*. W matematyce *relacje* służą do określania pewnych zależności między elementami zbiorów. Nie będziemy tutaj wchodzić w szczegóły, zapoznajmy się jednak z intuicyjnym pojęciem relacji. Przykładem relacji jest pojęcie porządku < w liczbach naturalnych, które zdefiniowaliśmy powyżej. Podobną relacją jest relacja podzielności: mówimy, że dwie liczby n i m są w relacji podzielności, jeśli n dzieli m. Spośród różnorakich relacji możemy wyróżnić tzw. *zwrotne*, czyli te, w których każdy x jest w relacji z samym sobą. Przykładem jest tutaj relacja *mniejszy–równy*, gdyż oczywiście mamy $x <= x$. Kolejnym typem relacji jest relacja *symetryczna*, tutaj wymaga się, aby x był w relacji z y wtedy i tylko wtedy, gdy y jest w relacji z x (np. relacja równości =). Ostatnim rodzajem relacji, który omówimy jest relacja *przechodnia*. Prostą ilustracją tej relacji jest znowu *mniejszy–równy*, gdyż $x <= y$ i $y <= z$ pociąga za sobą $x <= z$, co jest wymagane z definicji przechodniości. Jeżeli relacja posiada wszystkie trzy własności, to znaczy jest *zwrotna, symetryczna i przechodnia*, mówimy, że jest ona relacją *równoważności*. Relacja ta rozbija zbiory, na których jest wprowadzona na tzw. *klasy abstrakcji*, czyli elementy powiązane ze sobą tą relacją. Na przykładach zbiorów liczbowych zobaczymy intuicyjnie, jak taki proces abstrakcji działa. Weźmy zatem następujący tzw. *iloczyn kartezjański* zbioru liczb naturalnych z samym sobą, to znaczy N x N. Jest to zbiór złożony z par uporządkowanych (n,m), gdzie n i m są liczbami naturalnymi. Oczywiście (n,m) nie jest tym samym co (m,n). Myślmy tutaj o płaszczyźnie, na której punktami zaznaczono przecięcia prostych o współrzędnych naturalnych. Na tym zbiorze wprowadzamy następującą relację: niech (n,m) będzie w relacji z (n',m') wtedy i tylko wtedy, gdy $n + m' = n' + m$. W łatwy sposób można pokazać, że jest to relacja równoważności. Zauważmy, że (0,0) jest w relacji z (n,n), gdzie n jest dowolne. Ponadto, jeśli $n >= m$ to (n,m) jest w relacji z $(n - m,0)$ oraz podobnie jeśli $n < m$ to (n,m) jest w relacji z $(0,m - n)$. Różnice $n - m$ oraz odpowiednio $m - n$ są liczbami naturalnymi, więc są dobrze zdefiniowane. Zauważmy, że nie mogliśmy napisać $m - n$, jeśli $n > m$, ponieważ taka liczba nie byłaby naturalna. Z klasami abstrakcji zawierającymi elementy $(k,0)$ będziemy utożsamiać liczby naturalne, a z klasami $(0,k)$ ujemne liczby naturalne. Zatem definiujemy zbiór liczb całkowitych Z jako sumę tych dwóch klas abstrakcji. Intuicyjnie widzimy, że (n,m) jest liczbą dodatnią lub ujemną w zależności od tego, czy n jest większe od m lub na odwrót.

[2] J. CICHOŃ. *Wykłady ze wstępu do matematyki*. Wrocław 2003 s. 57.

Kolejnym zbiorem liczbowym, który skonstruujemy jest zbiór liczb wymiernych Q. Intuicyjnie wiemy, że są to wszystkie liczby postaci p/q, gdzie p i q są całkowite. Zauważmy, że ułamek ½ = 2/4 = 4/8 = 8/16 =… Zatem jedna liczba wymierna ma nieskończenie wiele reprezentacji w postaci ułamka. Z tą pozorną komplikacją poradzimy sobie znowu za pomocą klas abstrakcji. Rozpatrzmy zbiór Z x ($N\backslash\{0\}$), czyli iloczyn kartezjański zbioru liczb całkowitych ze zbiorem liczb naturalnych bez zera. Oczywiście, element ze zbioru Z jest naszym licznikiem, a element z $N\backslash\{0\}$ mianownikiem (dzielenie przez zero jest niezdefiniowane!). Relacją równoważności, której klasy abstrakcji są liczbami wymiernymi jest: (n,m) jest w relacji z (n',m') wtedy i tylko wtedy, gdy $kn' = n'k$. Reszta konstrukcji przebiega identycznie jak w przypadku liczb całkowitych.

Konstrukcja liczb rzeczywistych R jest trochę bardziej skomplikowana, gdyż wymaga dodatkowej partii teorii matematycznej. Ograniczymy się zatem do intuicyjnego podejścia. Rozważmy ciąg liczb wymiernych a_n. Mówimy, że ciąg ten jest ciągiem Cauchy'ego, jeśli dla odpowiednio dużych indeksów n i m różnice $|a_n - a_m|$ są dowolnie blisko zera. Widzimy zatem, że jeśli ciąg jest ciągiem Cauchy'ego to jego wyrazy zbliżają się do siebie coraz bardziej. Rozważmy np. ciąg $a_n = 1/n$. Widzimy, że $|a_n - a_m| = |1/n - 1/m|$ i biorąc n i m odpowiednio duże możemy tę różnicę uczynić dowolnie małą. Mówimy również, że ciąg a_n jest *zbieżny do g*, jeżeli dla dostatecznie dużych indeksów n jego wyrazy zbliżają się do g dowolnie blisko, czyli $|a_n - g|$ jest dowolnie bliskie zera. Widzimy, że ciąg $a_n = 1 - 1/n$ jest zbieżny do jedynki. Każdy ciąg zbieżny jest ciągiem Cauchy'ego, ponieważ jeśli wszystkie dostatecznie dalekie wyrazy są bliskie g to muszą również być bliskie sobie. Implikacja w odwrotną stronę, czyli to, że każdy ciąg Cauchy'ego jest zbieżny nie zawsze zachodzi. Spowodowane jest to tym, że domniemana granica może uciec nam ze zbioru, w którym znajduje się ciąg. Daje to pomysł na konstrukcje liczb rzeczywistych. Liczbami rzeczywistymi R nazywamy zbiór wszystkich granic ciągów Cauchy'ego. Te granice są pewnymi „dziurami” w zbiorze liczb wymiernych. Uzupełniając te dziury, dostajemy zbiór liczb rzeczywistych. Dla przykładu rozpatrzmy ciąg kolejnych przybliżeń dziesiętnych liczby π: 3; 3,1; 3,14; 3,141; 3,1415. Widzimy, że każdy taki wyraz jest liczbą wymierną, jednak ciąg ten w widoczny sposób zbiega do liczby niewymiernej.

Gdy mamy już do dyspozycji cały ogrom zbioru liczb rzeczywistych, przychodzi czas na ich wykorzystanie do opisu wszechświata. Najprostszym i historycznie najwcześniejszym sposobem użytkowania liczb jest oczywiście liczenie. Tutaj jednak przydają się nam jedynie liczby wymierne. Liczby naturalne utożsamiamy np. z liczeniem pewnych obiektów, ujemne zaś do zaznaczania długu, z kolei ułamki służą do opisywania podziału całości na części. Jednak liczby rzeczywiste długo umykały uwadze ludzi, gdyż, jak widzieliśmy powyżej, przy zrozumieniu wymagają one pewnego „przejścia granicznego”. Już starożytni Grecy zauważyli, że istnieją liczby, które nie są wymierne. Jednak jednym z najgenialniejszych matematycznych wynalazków, biorących się z interpretacji liczb rzeczywistych, był wynalazek Kartezjusza. W bardzo pomysłowy sposób połączył on dwa, na pierwszy rzut oka niepowiązane ze sobą, działy matematyki – geometrię i algebrę. Wprowadził tzw. *układ współrzędnych*, gdzie za pomocą liczb opisać można dowolne twory geometryczne. Według tej koncepcji, dowolny punkt w przestrzeni n-wymiarowej (zwykle w opisie świata $n = 3$ lub 4) możemy zapisać za pomocą n-ki liczb uporządkowanych: $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, gdzie a_i są *współrzędnymi* punktu A. W naturalny, pochodzący od geometrii sposób możemy teraz obliczać odległości między punktami, pola figur, objętości brył i wszelkie inne wielkości fizyczne i geometryczne. Posługiwanie się układem współrzędnych jest całkowicie intuicyjne dla każdego matematyka czy fizyka. Niemalże automatycznie używają oni tego niesamowicie użytecznego narzędzia przy konstruowaniu teorii, które opisują wszechświat (i nie tylko). To ujednolicenie geometrii i analitycznej algebry pozwala w bardzo efektywny sposób opisywać oraz w ostatecznym rozrachunku zrozumieć wszechświat. Z tego właśnie powodu znaczenia wynalazku Kartezjusza dla historii nauki nie da się przecenić.

Jak zobaczyliśmy powyżej ścisłe reguły logiki matematycznej oraz aksjomaty teorii mnogości pozwalają nam skonstruować wszystkie liczby, którymi opisujemy wszechświat, całkowicie z niczego, to jest ze zbioru pustego $\varnothing$. Kronecker powiedział kiedyś: „Liczby naturalne stworzył dobry Bóg, resztę wymyślili ludzie". Jak widzimy do konstrukcji liczb naturalnych wystarczy jedynie zbiór, który nie zawiera w sobie żadnych elementów.

3. Interpretacja filozoficzna

Zastanówmy się teraz, co wynika z możliwości konstruowania liczb ze zbioru pustego. Chodzi bowiem o istotną kwestię natury wszechświata, czyli o jego pochodzenie i ewentualne istnienie Stwórcy. Pytania podstawowe brzmią tak: czy z faktu, że potrafimy konstruować liczby wynika, że wszechświat sam siebie stworzył? Czy nasza znajomość natury liczb jest jednoznaczna ze znajomością natury wszechświata? Wraz z postawieniem drugiego pytania nasuwa się od razu trzecie: jaki jest związek matematyki i przyrody, czy można powiedzieć, że matematyka to nauka przyrodnicza? W zależności od odpowiedzi, otrzymujemy różne spojrzenie na naturę wszechświata, w tym na możliwość istnienia Absolutu. Odpowiedzmy zatem na postawione pytania.

Pierwsze pytanie, na które trzeba odpowiedzieć dotyczy implikacji, z której wynika, że skoro potrafimy tworzyć liczby, to wiemy, jak powstał wszechświat. Jeżeli taka implikacja jest prawdziwa, to wynika tylko z natury matematyki. Wystarczy zatem odpowiedzieć, jaka jest istota matematyki, a otrzymamy odpowiedź, czy prawa matematyki są jednocześnie prawami wszechświata. Chodzi więc o kwestię matematyczności przyrody. Heller rozpatruje to pytanie w świetle kreacjonizmu. Istnieją trzy możliwości rozwiązania tego pytania: 1) „Racja matematyczności przyrody leży w materii”, 2) „Racja matematyczności przyrody leży w człowieku”, 3) „Czymś pierwotnym nie jest ani człowiek, ani przyroda, lecz matematyka”[3]. Heller wybiera trzecią opcję. Uważa on, że jest to „jeden z elementów kreacjonizmu”[4]. Matematyka eliminuje bowiem chaos i umożliwia nam odkrywanie informacji zawartych w przyrodzie. Jest to jej sens logiczny, który ks. Heller utożsamia z Bogiem[5], gdyż to On jest właśnie matematyką! Co z tego wynika?

Po pierwsze, we wszechświecie istnieje sens logiczny, a więc wszechświat nie jest chaosem. Ksiądz Heller utożsamia matematykę z Bogiem. Wszechświat nie jest chaosem, bo ma udział w racjonalności Boga. Mamy tu dwie możliwości: 1) albo stajemy na stanowisku panteizmu, utożsamiając Boga ze światem (wszechświatem), 2) albo optujemy za kreacjonizmem. W obu przypadkach nie ma mowy o samostworzeniu wszechświata. Rozważmy je.

Ogólna definicja panteizmu podaje, że panteizm jest „doktryną, według której Bóg nie jest bytem osobowym odrębnym od świata”[6]. W takim wypadku można powiedzieć, że wszechświat jest Bogiem. Skoro tak, to wszechświat jest wieczny, bez początku i końca. Wynika to z tego, że jakiś Bóg musi istnieć: albo osobowy, albo utożsamiony z wszechświatem. Jeżeli Boga by nie było, to zostaje tylko jedno wyjście z sytuacji: wszechświat sam się stworzył (o tym w dalszej części artykułu). Odrzucając taką możliwość, zostaje stwierdzenie, że Bóg-Matematyka jest zarazem wszechświatem albo Bóg jest osobowy i stworzył wszechświat, a matematyka to przejaw boskiej racjonalności. Jeżeli pozostajemy na stanowisku panteistycznym, to i tak nie ma mowy o samostworzeniu wszechświata, gdyż Bóg-Wszechświat musiałby sam siebie stworzyć, a bycie Bogiem jest wieczne, zatem i wszechświat w interpretacji panteistycznej jest wieczny absolutnie[7]. W takim razie, umiejętność konstruowania liczb nie implikuje tezy o samostworzeniu wszechświata. Konstruowanie liczb ze zbioru pustego byłoby tylko konstruktem ludzkiego umysłu, a nie immanentną zasadą przyrody. Matematyka występowałaby tu tylko w swej funkcji

---

[3] M. Heller. *Początek świata*. Kraków 1976 s. 178.

[4] *Tamże*. s. 180.

[5] *Tamże*. s. 183.

[6] P. Foulquié. *Dictionnaire de la langue philosophique*. Paris 1928 s. 508. Cyt. za: S. Kowalczyk. *Filozofia Boga*. Lublin 2001 s. 22.

[7] Są dwa rodzaje wieczności: absolutna (bezwzględna) i względna. Pierwsza przysługuje tylko Bogu – jest to wieczność bez początku i końca. Wieczność względna przysługuje tym bytom, które po swoim zaistnieniu istnieją już wiecznie, czyli bez końca. W panteizmie wieczność absolutna przysługuje wszechświatowi jako takiemu, podczas gdy wieczność względna w zasadzie nie występuje, gdyż nie można stwierdzić, że jakieś obiekty we wszechświecie po swoim zaistnieniu będą istnieć bez końca. W kreacjonizmie zaś wieczność bezwzględna przysługuje tylko Bogu transcendentnemu, a wieczność względna jestestwom duchowym (aniołowie, dusza ludzka).

apriorycznej, ale w tym sensie, że nie ma między nią a przyrodą koniecznej referencji.

Problem wzajemnego odniesienia między myślą a światem powstał od czasów Kartezjusza. Nazywa się go ojcem nowożytnej filozofii. Powątpiewa on w niezawodność zmysłów, jeśli chodzi o poznanie pewne, bo

> wszystko, co dotychczas uważałem za najbardziej prawdziwe, otrzymywałem od zmysłów lub poprzez zmysły; przekonałem się jednak, że te mnie niekiedy zawodzą, a roztropność nakazuje nie ufać nigdy w zupełności tym, którzy nas chociaż raz zawiedli[8].

Kartezjusz zerwał z filozoficznym dorobkiem minionych wieków. Widać to w jego podejściu do metody naukowej, gdzie zwolennicy Arystotelesa postulowali tworzenie tylu metod, ile jest nauk zajmujących się różnymi przedmiotami poznania, natomiast Kartezjusz twierdził, że wystarczy jedna metoda, ponieważ jest tylko jeden typ nauki[9]. Rozumowanie Kartezjusza można sobie wyobrazić jako drzewo, którego korzeniem jest metafizyka, pniem fizyka, a gałęziami pozostałe nauki, przy czym poczynając od metafizyki, wszystkie nauki są połączone logicznymi implikacjami, które są *a priori*[10].

Kartezjusz postulując jedną metodę naukową, zbliża się do monizmu, gdyż posługiwanie się jedną metodą zakłada właśnie logiczną ciągłość między naukami opartymi na jednej, zasadniczej, ontologicznej zasadzie[11]. W ten sposób zajmując się sposobem poznania świata, Kartezjusz określa sposób bytowania rzeczywistości. Odróżnia jednak *ordo cognoscendi* od *ordo essendi*. W porządku bytowania na pierwszym miejscu jest Bóg, ale w porządku poznania pierwsze miejsce zajmuje własne istnienie[12]. Jest to rezultat poznania metodycznego, które odrzucając poznanie zmysłowe na drodze odkrywania niezawodnej zasady, na której można by zbudować filozofię, dochodzi do odkrycia własnej jaźni jako czegoś niewątpliwego i stąd właśnie słynne „Cogito, ergo sum". Jeśli zatem własne istnienie jest w porządku poznawczym pierwsze, to powstaje problem tzw. mostu gnozeologicznego. Polega on na tym, że aby nie mieć wątpliwości co do istnienia rzeczy materialnych, musimy najpierw udowodnić istnienie Boga, a to jest zależne od poznania samego siebie jako myślącego podmiotu[13]. A zatem to człowiek poprzez myślenie stwierdza istnienie świata materialnego, ale jeżeli człowiek sam siebie pyta o możliwość poznania świata bez odwołania się do niego, to nigdy nie wyjdzie poza własne

---

[8] Kartezjusz. *Medytacje o pierwszej filozofii wraz z zarzutami uczonych mężów i odpowiedziami autora oraz Rozmowa z Burmanem.* T. 1. Tłum. M. i K. Ajdukiewiczowie. Warszawa 1958 s. 21.

[9] F. Copleston. *Historia filozofii.* T. 4: *Od Kartezjusza do Leibniza.* Przeł. J. Marzęcki. Warszawa 2005 s. 61.

[10] *Tamże*. s. 62.

[11] *Tamże*.

[12] *Tamże*. s. 68.

[13] *Tamże*. s. 75.

myślenie, bo nie ma niczego, co mogłoby stanowić przejście od myśli do świata realnie istniejącego[14]. Był to kolejny powód pogłębienia sporu między aprioryzmem a aposterioryzmem.

Umiejętność konstruowania liczb przez matematyków miałaby właśnie taki aprioryczny charakter. Powstały tu problem realnej referencji między matematyką a światem jest nierozwiązywalny, kiedy przyjmujemy, że to myślący podmiot jest źródłem poznania świata.

W przypadku kreacjonizmu, matematyk także nie może rościć pretensji o to, że konstrukcja liczb byłaby odkryciem przyrodniczym. Z owej konstrukcji wynika bowiem samostworzenie wszechświata albo – inaczej mówiąc – ludzka umiejętność wyobrażenia sobie powstania wszechświata bez udziału Boga. Tymczasem przedstawiciele kreacjonizmu twierdzą, że Bóg stworzył wszystko, co istnieje poza Nim *ex nihilo*. Czy można zatem jakoś pogodzić „powstanie” liczb z powstaniem wszechświata?

Rozstrzygnijmy tę kwestię najpierw „od strony” wszechświata. Powiedzieliśmy wyżej, że zasadniczo mamy dwie możliwości: panteizm lub kreacjonizm. W tym miejscu warto jeszcze wspomnieć o alternatywie dla panteizmu i kreacjonizmu, a więc idea samokreacji wszechświata. Rozważmy najpierw tę ostatnią możliwość. Jej przedstawicielem jest sławny fizyk Hawking. Jest on zwolennikiem tzw. modelu inflacyjnego wszechświata, z którego wynika, że wszechświat mógł mieć różne stany początkowe[15]. Implikuje to wniosek, że ów stan początkowy nie musiał być wybrany przez Boga, ale istniał jakby chaos, wszechświat powstał z wielkiego wybuchu, ale jest to wszechświat, którego czasoprzestrzeń jest bez granic.

> Z koncepcji czasu i przestrzeni tworzących jeden skończony obiekt bez brzegów wynikają również głębokie implikacje dotyczące roli, jaką może odgrywać Bóg w sprawach tego świata. W miarę postępu nauki większość ludzi doszła do przekonania, że Bóg pozwala światu ewoluować zgodnie z określonym zbiorem praw i nie łamie tych praw, by ingerować w bieg wydarzeń. Prawa te nie mówią jednak, jak powinien wyglądać wszechświat w chwili początkowej, zatem Bóg wciąż jest tym, kto nakręcił zegarek i wybrał sposób uruchomienia go. Tak długo, jak wszechświat ma początek, można przypuszczać, że istnieje jego Stwórca. Ale jeżeli wszechświat jest naprawdę samowystarczalny, nie ma żadnych granic ani brzegów, to nie ma też początku ani końca, po prostu istnieje. Gdzie jest wtedy miejsce dla Stwórcy?[16].

Czy rzeczywiście można przyjąć ideę samostworzenia?

---

[14] M. A. Krąpiec. *Poznawać czy myśleć. Problemy epistemologii tomistycznej*. Lublin 2000 s. 212.

[15] S. Hawking. *Krótka historia czasu. Od Wielkiego Wybuchu do czarnych dziur*. Tłum. P. Amsterdamski. Warszawa 2007 s. 52.

[16] *Tamże*. s. 55.

Z pomocą przychodzi nam metafizyczna zasada niesprzeczności, wedle której „byt nie jest niebytem”[17]. „Zasada niesprzeczności wyraża niemożliwość połączenia w jednym sądzie twierdzenia i przeczenia o tym samym przedmiocie”[18]. Gdyby nie ta zasada, można by powiedzieć, że niebyt jest bytem, a to byłby absurd. Niebytu nie można także poznać, bo „zasada niesprzeczności wyraża absolutną niesprowadzalność bytu do niebytu”[19]. Nie można sobie nawet wyobrazić powstania wszechświata na zasadzie samostworzenia, gdyż jednocześnie mielibyśmy do czynienia z bytem wszechświata i niebytem, z którego się sam wyłonił bez udziału jakiejkolwiek przyczyny zewnętrznej (Boga). Gdyby rzeczywiście nie było przyczyny sprawczej, to wszechświat nigdy by nie powstał, bo nie było przecież żadnych czynników przed powstaniem wszechświata, które zmusiłyby go do zaistnienia, ponieważ nicość nie istnieje. A skoro nicość nie istnieje, to trzeba wybrać spośród pozostałych możliwości: panteizm lub kreacjonizm.

Panteizm zakłada, że wszechświat jest wieczny, gdyż wszechświat jest Bogiem. Aby uzasadnić panteizm, jego zwolennicy musieliby podać tzw. racje uniesprzeczniające[20] istnienie wszechświata. Chodzi o znalezienie takich immanentnych czynników wewnątrz wszechświata, które uzasadniałyby jego wiekuistość. W innym przypadku twierdzenie, że wszechświat jest wieczny bez właściwej racji uzasadniającej tę wieczność, byłoby sprzeczne. A zatem panteizm musi znaleźć racje uniesprzeczniające wieczność wszechświata. Czy je znajduje? Aby taką rację znaleźć, trzeba by stwierdzić, że istnienie jest cechą konstytutywną wszechświata, a więc determinującą jego naturę, lub – inaczej mówiąc – że w istocie bycia wszechświatem zawiera się jego istnienie, a więc że wszechświat jest swoim własnym istnieniem, że sam w sobie ma przyczynę swego istnienia, czyli że jest Bogiem. Czy wszechświat rzeczywiście może być Bogiem?

Aby odpowiedzieć na powyższe pytanie, trzeba stwierdzić, jakie atrybuty musi posiadać byt, aby być Bogiem. Atrybuty te można podzielić na bytowe i operatywne. Do atrybutów bytowych należą: doskonałość, nieskończoność, prostota, wiekuistość, wszechobecność, transcendencja, samoistność[21]. Atrybuty operatywne wewnętrzne: życie, poznanie, miłość, osobowość; atrybuty operatywne zewnętrzne: akt stwórczy, zachowanie w istnieniu i opatrzność[22]. W Bogu te wszystkie atrybuty są nierozdzielne, tzn. jeden zawiera drugi i Bóg działa jednocześnie we wszystkich atrybutach. Jeżeli wszechświat miałby być Bogiem, to musiałby być jednocześnie osobą, która jest zdolna do miłości, która jest prosta, wieczna itd.

[17] M. A. Krąpiec. *Metafizyka*. Lublin 1984 s. 144.

[18] *Tamże*.

[19] *Tamże*. s. 146.

[20] Por. na temat racji uniesprzeczniających np. M. Gogacz. *Istnieć i poznawać. Notatnik błędów filozoficznych i trudności z kręgu klasycznie pojętej filozofii*. Warszawa 1969 s. 15.

[21] Kowalczyk. *Filozofia Boga*. s. 319.

[22] *Tamże*.

O ile niektórzy uczeni sądzą, że wszechświat może być wieczny i nieskończony, to już nikt nie twierdzi, że wszechświat jest z natury prosty. Prostota Boża oznacza bowiem, że Bóg nie składa się z żadnych części, jest zupełnie niepodzielny, ale nie dlatego, że Jego istota jest – powiedzmy – tak bardzo spójna, ale dlatego, że właśnie Bóg z natury nie posiada części. W przypadku wszechświata jest to nie do pomyślenia.

Jedynym zatem wyjściem z absurdu uznającego, że wszechświat jest wieczny albo że sam się stworzył, jest przyjęcie stanowiska kreacjonizmu. Z kreacjonizmem łączy się zasada przyczynowości sprawczej oraz zasada racji dostatecznej. Święty Tomasz z Akwinu o zasadzie przyczynowości wyraża się następująco:

> Wszystko to, co przysługuje jakiemuś bytowi i nie ma mocy tego, co jest nim samym, przysługuje mu w następstwie działania jakiejś przyczyny, albowiem to, co nie ma przyczyny jest pierwsze i bezpośrednie[23].

W rozważanej kwestii chodzi nam o samo istnienie wszechświata. Istnienie bowiem nie należy do istoty wszechświata. Gdyby należało, to wszechświat byłby Bogiem, o czym była mowa wcześniej[24]. Stąd zachodzi konieczność sformułowania pojęcia *creatio ex nihilo*.

> Filozoficzna teoria stworzenia świata *ex nihilo* została sformułowana po raz pierwszy w dziejach filozofii w XIII wieku przez Tomasza z Akwinu wraz z odkryciem prawdy o przygodnym (niekoniecznym) istnieniu całego świata i poszczególnych bytów[25].

Maryniarczyk wyjaśnia dalej:

> Analizując rozumienie przyczyny stwórczej Tomasz zauważył, że do istoty Stwórcy należy to, że działa przez rozum i wolę, bez pośrednictwa czegokolwiek innego. Skutki zaś przez Niego wywołane otrzymują początek istnienia. Stąd nie można bez popadnięcia w sprzeczność, przyjmować przyczyny stwórczej i równocześnie głosić odwieczne istnienie świata[26].

---

[23] Tomasz z Akwinu. *Summa contra gentiles* II, 15.

[24] Warto jeszcze zrobić uwagę odnośnie do szerszych konsekwencji takiego stwierdzenia. Otóż, gdyby wszechświat był Bogiem, a więc gdyby miał wszystkie atrybuty przysługujące Bogu – zarówno bytowe, jak i operatywne – to nie byłoby w nim niczego, co mogłoby ulegać zmianom, a więc taki wszechświat nie istniałby w czasie, nie byłby materialny itd. Doszlibyśmy wtedy do pojęcia wszechświata na wzór bytu w ujęciu Parmenidesa. Swieżawski tak charakteryzuje parmenidejski byt: „Parmenides wskazuje też, że «to, co jest» jest niezniszczalne, a cały świat jest ciągłym i niepodzielnym plenum, czyli nieruchomym, skończonym, kulistym, wiecznym, jedynym i niepodzielnym ciałem”. S. Swieżawski. *Dzieje europejskiej filozofii klasycznej*. Warszawa 2011 s. 30.

[25] A. Maryniarczyk. *Realistyczna interpretacja rzeczywistości*. Lublin 2005 (*Zeszyty z metafizyki*. Nr 3) s. 43.

[26] *Tamże*. s. 69.

Przyjęcie zasady przyczynowości i racji dostatecznej prowadzi ostatecznie do stwierdzenia istnienia pierwszej przyczyny wszechświata, która jest zarazem transcendentna wobec niego[27]. Ogólne podsumowanie wszystkich dowodów (dróg) Akiwnaty daje Tanzella-Nitti w słowach:

> Por tanto, mantienen su actualidad, aunque para comprenderlos es necesario partir de un conocimiento de las cosas basado en el realismo (en contraposicion a formas de pensamiento ideologico), y que no reduzcan el conocimiento de la realidad solamente al plano empirico experimental (evitando el reduccionismo ontologico), asi que el pensamiento humano pueda, en definitiva, ascender de los efectos visibiles a las causas invisibiles (afirmacion del pensamiento metafisico)[28].

4. Status ontyczny bytów matematycznych

Powróćmy na końcu do matematyki. Nie podaliśmy jeszcze bowiem rozwiązania mającego na celu pogodzenie matematyki z metafizyką. Widzieliśmy, że stwierdzenie, jakoby Bóg był matematyką nie pociąga za sobą koniecznego wniosku o stworzeniu wszechświata, a drugiej strony obstawanie przy wieczności wszechświata prowadzi do sprzeczności. Aby pogodzić zatem matematykę z metafizyką, trzeba ustalić status ontyczny bytów matematycznych.

Status ten został dobrze wyjaśniony m.in. przez Krąpca, dlatego też przyjmujemy tu jego tłumaczenie. Realistyczna epistemologia, której przedstawicielem jest Krąpiec, dowodzi, że „myśl człowieka «budzi się» przy zetknięciu z rzeczywistością”[29]. W ludzkim poznaniu, kolejność ujmowania rzeczywistości przez intelekt jest taka, że

> zanim poznamy, czym jest rzecz i określimy jej jednostkowość, to widząc, słysząc, dotykając – wpierw – afirmujmy akt istnienia rzeczy, danej nam początkowo jakby „ogólnie”, nieostro i mętnie[30].

[27] Sth I, q.2, a.3: „Secunda via est ex ratione causae efficientis. Invenimus enim in istis sensibilibus esse ordinem causarum efficientium, nec tamen invenitur, nec est possibile, quod aliquid sit causa efficiens sui ipsius; quia sic esset prius seipso, quod est impossibile. Non autem est possibile quod in causis efficientibus procedatur in infinitum. Quia in omnibus causis efficientibus ordinatis, primum est causa medii, et medium est causa ultimi, sive media sint plura sive unum tantum, remota autem causa, removetur effectus, ergo, si non fuerit primum in causis efficientibus, non erit ultimum nec medium. Sed si procedatur in infinitum in causis efficientibus, non erit prima causa efficiens, et sic non erit nec effectus ultimus, nec causae efficientes mediae, quod patet esse falsum. ergo est necesse ponere aliquam causam efficientem primam, quam omnes Deum nominant”.

[28] [Por tanto, mantienen su actualidad] [dostęp: 26.01.2012 r.]. Dostępny w internecie: http://multimedia.opusdei.org/pdf/es/1.pdf.

[29] Krąpiec. *Metafizyka*. s. 345.

[30] Tenże. *Realizm ludzkiego poznania*. Lublin 1995 s. 72.

W związku z tym, także „symbole matematyczne są pochodne w stosunku do rzeczywistości”[31]. W matematyce to, co jest przedmiotem intelektu jest abstrakcją drugiego stopnia[32], „która jest przedmiotem miary”[33]. Treść bytu matematycznego jest zatem bardzo sprecyzowana, ale

> pojęcia matematyczne (byty matematyczne) nie oznaczają natomiast bytów realnych. Związek z rzeczywistością mają one tylko w momencie powstawania […]. Ponieważ konkret jest związany z realnym istnieniem, byt matematyczny oderwany od oznaczenia konkretnej rzeczywistości jest zupełnie oderwany od konkretnego istnienia. Jest to zatem czysta, całkowicie abstrakcyjna, zupełnie oderwana od istnienia treść[34].

Stosując zatem matematykę do badań przyrodniczych (np. fizyka teoretyczna), trzeba pamiętać, że jeśli

> jakaś konstrukcja matematyczna odpowiada danym doświadczalnym, to niewątpliwie jest ona w pewien sposób prawdziwa; ale z tego jeszcze nie wynika, że poszczególne elementy konstrukcji matematycznej czy jej interpretacja teoretyczna odpowiadają poszczególnym elementom jakiegoś rzeczywistego faktu, i dlatego przyjęcie jakiejś matematycznej konstrukcji w gruncie rzeczy za prawdziwą nie zmusza jeszcze do przyjęcia prawdziwości wszystkich jej poszczególnych elementów i jej interpretacji wyobrażeniowej[35].

A zatem metoda matematyczna jest jak najbardziej konieczna w badaniach przyrodniczych, ale sama oczywistość wyników uzyskanych przez tę metodę nie oznacza jeszcze realnego istnienia bytów realnych (tj. istniejących niezależnie od poznającego podmiotu). Jest to rezultatem tego, że

> metoda matematyczna […] dotyczy formalnych stosunków rzeczywistości, a nie stosunków sprawczych i celowych. Wobec tego jedynie w supozycji filozofii czysto mechanistycznej można przyjąć metodę matematyczną jako metodę uniwersalną, mającą tłumaczyć całokształt rzeczywistości materialnej[36].

---

[31] Tenże. *Metafizyka*. s. 345.

[32] Wyróżniamy trzy stopnie abstrakcji: fizyczna – gdzie intelekt abstrahuje od cech materialnych przedmiotu poznania, matematyczna – gdzie intelekt bierze pod uwagę tylko cechy ilościowe, oraz metafizyczna – gdzie chodzi już tylko o cechy konstytutywne bytu.

[33] *Tamże*. Por. F. Suárez. *Disputationes metaphysciae* I, sek. 2, art. 13. Cyt. za: R. Goczał. *Onto-teo-logia. Status bytu realnego i myślnego w metafizyce Francisco Suáreza*. Warszawa 2011 s. 216: „Mathematica vero abstarhit quidem secundum rationem a materia sensibili, non autem ab intelligibili, quia quantitas, quantumvis abstarhatur, non potest concipi nisi ut res corporea et materialis”.

[34] *Tamże*. s. 347.

[35] *Tamże*. s. 348–349.

[36] *Tamże*. s. 350.

Podsumowanie i wnioski

Ludzki umysł potrafiący konstruować liczby, mając do dyspozycji jedynie pojęcie zbioru pustego, dokonał wielkiego osiągnięcia. Istnieje jednak niebezpieczeństwo, że matematykę zacznie się postrzegać jako naukę pryncypalną również w obszarze badań filozoficznych (metafizycznych). W takim ujęciu matematyki możliwość konstrukcji liczb z pojęcia zbioru pustego wskazywałaby, że wszechświat istnieje odwiecznie albo że sam siebie stworzył. Konsekwencje takiego twierdzenia są jednak absurdalne i nie potrafią wytłumaczyć całego bogactwa rzeczywistości. Aby więc nie popadać w sprzeczności, każda z nauk powinna zachować swoją autonomię, pamiętając, jaki jest jej przedmiot materialny i formalny, a więc mając świadomość własnej możliwości badania świata i ograniczoności. Dzięki temu umiejętność konstruowania liczb *ex nihilo* (tzn. z pojęcia zbioru pustego) i teoria stworzenia świata *ex nihilo* przez pierwszą przyczynę, nie będą się wzajemnie wykluczać.

METAPHYSICAL INTERPRETATION OF THE TERM "AN EMPTY SET" IN THE LIGHT OF PROOFS ON EXISTENCE OF GOD

Summary

Main aim of this article was a demonstration that mathematics and philosophy (metaphysics) can cooperate with one another. It is possible under condition that we do not attempt to impose the results of mathematical abstraction on metaphysics. Exact sciences could not exist without mathematics, but this does not mean that we should learn about the Universe only in a way derived from them. Interpretation of the world only from the point of view of exact sciences cuts us off from the existence of real world. To avoid this mistake we need metaphysics, in which every being has its own place and the first one is supreme Being, which we all name God.

Słowa kluczowe: matematyka, metafizyka, wszechświat, filozofia Boga, kosmologia.

Key words: mathematics, metaphysics, universe, philosophy of God, cosmology.